

Capítulo 5

Oferta de Trabajo

En el capítulo 4 se suponía que la renta del individuo en cada momento del tiempo estaba exógenamente especificada, de forma que las decisiones de cartera son la única forma de transferir recursos en el tiempo de que disponen los individuos. Cuando los individuos deciden el número de horas que desean trabajar entonces la renta del individuo es endógena en vez de exógena, por lo tanto además de utilizar el ahorro como vehículo para transferir recursos en el tiempo, es posible modificar el nivel de ingresos en cada momento del tiempo cambiando la oferta de trabajo. En este capítulo se analizan las decisiones de oferta de trabajo por parte de los consumidores, en un marco de elección intertemporal. El nuevo marco conceptual introduce una decisión adicional respecto al modelo analizado anteriormente, ésta es el margen trabajo-ocio. Ahora los individuos disponen de una determinada dotación de tiempo que deben decidir cómo utilizar: o bien ofreciendo su tiempo a las empresas a cambio de un salario, o bien disfrutando de tiempo de ocio. En este sentido el precio del bien ocio es el salario, su coste de oportunidad. Al igual que en el capítulo anterior limitaremos nuestro análisis al caso de dos periodos.

A continuación analizaremos con detalle la evidencia empírica sobre la elasticidad de sustitución de la oferta de trabajo ante cambios del salario. La evidencia empírica muestra que la oferta de trabajo desde el punto de vista individual es muy poco elástica a cambios en el salario. Lo que si que se observa es que variaciones en el salario cambian las decisiones de participación en la fuerza de trabajo. La decisión de entrar o no a formar parte del mercado de trabajo introduce una nueva dimensión en la elección, pues ahora la oferta de trabajo es una decisión binaria. Este comportamiento permite introducir una clase de modelos donde los individuos no deciden el número de horas que desean trabajar sino formar parte o no de la fuerza de trabajo. Si deciden trabajar, el número de horas que ofrecen en el mercado está fijo.

Por último, tenga en cuenta que este capítulo es una breve introducción a los determinantes de la oferta de trabajo. Para un estudio más detallado del mercado de trabajo, véase el capítulo 13.

5.1 Elección Renta-Ocio

Considere las decisiones de un consumidor que puede decidir entre trabajar mucho en un determinado momento del tiempo y disfrutar de un nivel de consumo elevado, o bien trabajar poco y disfrutar de un consumo bajo pero más ocio. La cantidad que desean consumir y trabajar los individuos se determina por la preferencias y los precios relativos.

Suponga que los individuos tienen como dotación una cantidad fija de tiempo dada por $\bar{\ell}$. Las preferencias de estos individuos se definen sobre el consumo (c) y el ocio ($\bar{\ell} - \ell$), donde ℓ representa el tiempo dedicado al trabajo. Las preferencias pueden representarse mediante una función de utilidad aditivamente separable en el tiempo, del tipo:

$$U(c, \ell) = u(c_t, \ell_t) + \beta u(c_{t+1}, \ell_{t+1})$$

donde $\beta \in (0, 1)$ es el factor de descuento temporal entre el periodo $t + 1$ y el periodo t . La función de utilidad cumple los siguientes supuestos: es una función continua, diferenciable, monótona y estrictamente cóncava en consumo y ocio, y con respecto al trabajo es decreciente y estrictamente convexa, es decir:

$$\begin{array}{ll} u'_c > 0 & u''_c < 0 \\ u'_{1-\ell} > 0 & u''_{1-\ell} < 0 \\ u'_\ell < 0 & u''_\ell > 0 \end{array}$$

El ocio es considerado como un bien por parte del individuo, pero el trabajo es un mal que da desutilidad al individuo. Por simplicidad normalizamos la dotación de tiempo, $\bar{\ell}$, a la unidad, $\bar{\ell} = 1$. Así, ℓ se interpreta como la fracción de tiempo dedicada a trabajar y $1 - \ell$ es la fracción de tiempo restante, que constituye el ocio del individuo. A partir de la dotación de tiempo es fácil recuperar el número de horas trabajadas a partir de la dotación de tiempo que disponen los individuos.

Al introducir las decisiones de trabajo-ocio, la renta de los individuos depende de la cantidad de trabajo, que es una variable endógena. Cuantas más horas trabaje un individuo mayor será su nivel de ingresos y más bienes podrá comprar, pero mayor será su desutilidad de trabajar. Por el contrario, cuantas menos horas trabaje, percibirá una mayor utilidad del ocio, pero podrá comprar menos bienes de consumo.

$$\begin{aligned}\Delta \ell &\Rightarrow \Delta \text{ ingresos, y } \nabla \text{ utilidad ocio} \\ \nabla \ell &\Rightarrow \nabla \text{ ingresos, y } \Delta \text{ utilidad ocio}\end{aligned}$$

La restricción presupuestaria secuencial del individuo está dada por las siguientes expresiones:

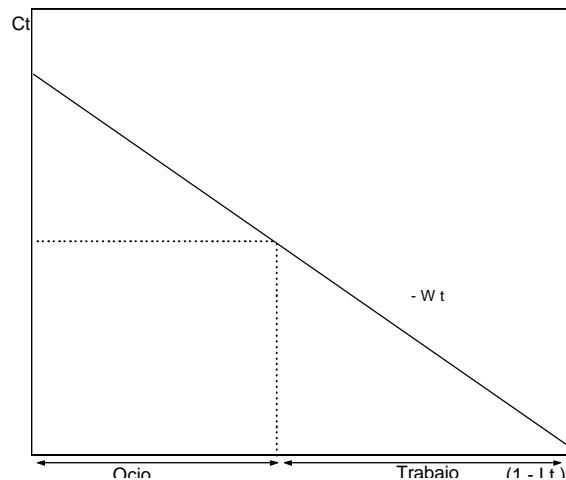
$$\begin{aligned}c_t + a_{t+1} &\leq w_t \ell_t \\ c_{t+1} &\leq w_{t+1} \ell_{t+1} + (1 + r_{t+1})a_{t+1}\end{aligned}$$

donde c_t , c_{t+1} representan el consumo en el periodo t y $t + 1$, y ℓ_t y ℓ_{t+1} son el número de horas trabajadas. Los salarios por hora trabajada son w_t y w_{t+1} . Sustituyendo una expresión en la otra podemos derivar la restricción intertemporal de recursos:

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \leq w_t \ell_t + \frac{w_{t+1} \ell_{t+1}}{1 + r_{t+1}}$$

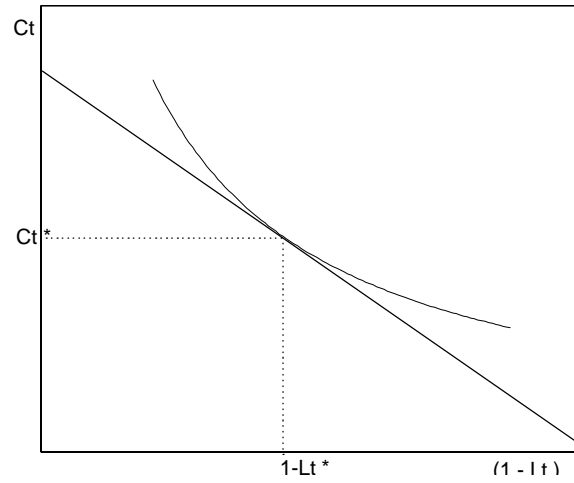
Gráficamente podemos dibujar el conjunto de elección en un determinado momento del tiempo:

Gráfico 5.1: Conjunto presupuestario



Esta es la restricción a la que se enfrenta un individuo en un momento determinado del tiempo. La pendiente de la restricción presupuestaria en el primer periodo está dada por $-w_t$, mientras que en el segundo periodo es $-w_{t+1}/(1 + r_{t+1})$. Nótese que la elección óptima del número de horas trabajadas es un problema estático para el consumidor.

Con los supuestos realizados en la función de utilidad la elección óptima de trabajo-ocio es interior, y está caracterizada por la tangencia entre restricción intertemporal de recursos y las curvas de indiferencia que representan las preferencias del individuo.

Gráfico 5.2: Elección óptima

En este caso la elección óptima implica una asignación de ocio igual a $1 - \ell_t^*$, dedicando por tanto la fracción de su tiempo ℓ_t^* a trabajar, con lo que obtiene renta por valor de $w_t \ell_t^*$.

El individuo ofrece trabajo en el mercado hasta que la utilidad marginal del ocio que compra dejando de ingresar un salario es igual al precio de mercado, es decir el salario. Formalmente el problema del consumidor es el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, c_{t+1}, \ell_t, \ell_{t+1}, a_{t+1}\}} & u(c_t, \ell_t) + \beta u(c_{t+1}, \ell_{t+1}) \\ \text{s.a.} & c_t + a_{t+1} \leq w_t \ell_t \\ & c_{t+1} \leq (1 + r_{t+1})a_{t+1} + w_{t+1} \ell_{t+1} \\ & c_t, c_{t+1} \geq 0 \\ & \ell_t, \ell_{t+1} \in (0, 1) \end{aligned}$$

Si denotamos por λ_t y λ_{t+1} los multiplicadores de Lagrange asociados a cada una de las restricciones presupuestarias, las condiciones necesarias de primer orden son:

$$\begin{aligned} [c_t] & u_1(c_t, 1 - \ell_t) - \lambda_t = 0 \\ [c_{t+1}] & \beta u_1(c_{t+1}, 1 - \ell_{t+1}) - \lambda_{t+1} = 0 \\ [\ell_t] & -u_2(c_t, 1 - \ell_t) + \lambda_t w_t = 0 \\ [\ell_{t+1}] & -\beta u_2(c_{t+1}, 1 - \ell_{t+1}) + \lambda_{t+1} w_{t+1} = 0 \\ [a_{t+1}] & -\lambda_t + \lambda_{t+1}(1 + r_{t+1}) = 0 \\ [\lambda_t] & w_t \ell_t - c_t - a_{t+1} = 0 \\ [\lambda_{t+1}] & (1 + r_{t+1})a_{t+1} + w_{t+1} \ell_{t+1} - c_{t+1} = 0 \end{aligned}$$

Donde $u_1(c_t, 1 - \ell_t)$ denota la derivada parcial de la función u con respecto al primer argumento, es decir el consumo. Combinando las dos primeras ecuaciones junto con la ecuación del ahorro se obtiene la ecuación de Euler estándar:

$$u_1(c_t, 1 - \ell_t) = \beta u_1(c_{t+1}, 1 - \ell_{t+1})(1 + r_{t+1})$$

Combinando las condiciones de primer orden del consumo y trabajo de cada periodo, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{u_1(c_t, 1 - \ell_t)}{u_2(c_t, 1 - \ell_t)} = \frac{1}{w_t}$$

$$\frac{u_1(c_{t+1}, 1 - \ell_{t+1})}{u_2(c_{t+1}, 1 - \ell_{t+1})} = \frac{1}{w_{t+1}}$$

Ambas expresiones igualan la relación marginal de sustitución al cociente de precios relativos en la economía. Mide el coste marginal de incrementar una unidad de consumo en terminos de ocio, valorado a precios de mercado.

Observe que en la ecuación que determina la elección óptima $(c_t, 1 - \ell_t)$ sólo intervienen variables en t . Es en ese sentido que la elección renta-ocio es una elección estática.

Veamos a continuación una serie de ejemplos.

Ejemplo 1: Suponga que los individuos tan sólo ofrecen trabajo en el primer periodo, esto permite calcular de forma analítica la oferta de trabajo. Las preferencias sobre consumo y ocio se representan mediante la siguiente función de utilidad:

$$U(c_t, 1 - \ell_t) = \ln c_t + \ln(1 - \ell_t)$$

Dejamos como ejercicio para el lector verificar que esta función de utilidad cumple los supuestos anteriormente descritos. La elección óptima se obtiene al solucionar el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, c_{t+1}, \ell_t, \ell_{t+1}, a_{t+1}\}} & \ln c_t + \ln(1 - \ell_t) + \beta \ln c_{t+1} \\ \text{s.a.} & \quad c_t + a_{t+1} \leq w_t \ell_t \\ & \quad c_{t+1} \leq (1 + r_{t+1}) a_{t+1} \\ & \quad c_t, c_{t+1} \geq 0, \ell_t \in [0, 1], \end{aligned}$$

Es importante destacar que si $\ell_t = 0$, entonces $\ln(1 - \ell_t) = 0$, en cambio si $\ell_t = 1$, entonces $\ln(1 - \ell_t) = -\infty$, por lo tanto si el individuo no disfruta del ocio la utilidad total se va a $-\infty$, por lo tanto con independencia de cuánto sea

el consumo, el individuo siempre estará mejor disfrutando de una pequeña cantidad de ocio.

Las condiciones de primer orden del problema del consumidor son una ecuación de Euler, que determina la asignación intertemporal de consumo:

$$c_{t+1} = c_t \beta (1 + r_{t+1})$$

y una ecuación estática (la función de oferta de trabajo) que determina el número de horas trabajadas:

$$\frac{c_t}{1 - \ell_t} = w_t$$

Es fácil obtener la función de demanda del consumo en el periodo 1, de forma que:

$$c_t = \frac{1}{1 + \beta} w_t \ell_t$$

Sustituyendo esta expresión en la función de oferta de trabajo se obtiene:

$$\ell_t = \frac{1 + \beta}{2 + \beta}$$

Como puede observarse la oferta de trabajo es inelástica respecto al salario, de forma que variaciones en w_t no afectarán las decisiones de trabajo de los individuos. Si $\beta = 0$, entonces la oferta de trabajo es $1/2$ mientras que si $\beta = 1$, entonces la oferta de trabajo es igual a $1/3$. Ghez y Becker (1975) y Juster y Stafford (1991) estiman que los individuos en Estados Unidos ofrecen un tercio de su tiempo discrecional en el mercado de trabajo.¹ Por lo tanto si el modelo tuviera que replicar la fracción de tiempo observada que los individuos dedican a trabajar sería necesario fijar $\beta \simeq 1$.

Para obtener el consumo en c_t basta con sustituir el número de horas trabajadas en la condición de primer orden:

$$c_t = \frac{w_t}{2 + \beta}$$

mientras que el consumo en el siguiente periodo se obtiene sustituyendo en la ecuación de Euler:

$$c_{t+1} = \frac{\beta w_t}{2 + \beta} (1 + r_{t+1})$$

es fácil calcular a_{t+1} .

¹En la economía española las horas trabajadas por adulto son un 40% inferiores que en los Estados Unidos.

En general, este caso que hemos analizado no es más que un caso particular de la siguiente función de utilidad: $U(c_t, 1 - \ell_t) = \ln c_t + \gamma \ln(1 - \ell_t)$, donde el parámetro $\gamma > 0$ representa el peso relativo dado a consumo y ocio en la función de utilidad. Piense que no es más que una transformación logarítmica de una función de utilidad del tipo Cobb-Douglas $c_t(1 - \ell_t)^\gamma$.

Ejemplo 2: Como se observa en el ejemplo anterior la oferta de trabajo es inelástica, de forma que cambios en el salario no afectan el número de horas trabajadas. En principio cabría esperar que el número de horas trabajadas manifestara una cierta sensibilidad a cambios en el salario. Para solventar esta irregularidad basta con suponer que el individuo además de la renta del trabajo dispone de una dotación inicial de recursos, o de un determinado nivel de riqueza. Formalmente el nuevo problema es el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, c_{t+1}, \ell_t, \ell_{t+1}, a_{t+1}\}} \quad & \ln c_t + \ln(1 - \ell_t) + \beta \ln c_{t+1} \\ \text{s.a.} \quad & c_t + \frac{c_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \leq w_t \ell_t + a_t(1 + r_t) \\ & c_t, c_{t+1} \geq 0 \end{aligned}$$

donde a_t representa la renta no laboral inicial del individuo, que se obtiene de una cartera de activos que tiene una rentabilidad $(1 + r_t)$. Las condiciones de primer orden coinciden con las del problema anterior, tan sólo se ha modificado la restricción presupuestaria incluyendo un factor exógeno. No confunda esta renta no laboral inicial con los activos que este individuo pueda ahorrar en el periodo t para consumir en el periodo $t + 1$, que son a_{t+1} .

Para calcular la oferta de trabajo basta con sustituir las condiciones de primer orden en la restricción presupuestaria:

$$w_t(1 - \ell_t)(1 + \beta) = w_t \ell_t + a_t(1 + r_t)$$

aislando el número de horas trabajadas se obtiene la siguiente expresión:

$$\ell_t = \frac{1}{2 + \beta} \left[1 + \beta - \frac{a_t(1 + r_t)}{w_t} \right].$$

La nueva oferta de trabajo depende positivamente del salario y negativamente de la renta no salarial. De esta forma incrementos en el salario aumentan la oferta de trabajo, mientras que incrementos del tipo de interés la reducen. Si $a_t = 0$ se obtiene una oferta de trabajo inelástica como la del ejemplo anterior.

Para discutir cuan sensible es la oferta del trabajo a cambios en el salario es necesario analizar la evidencia empírica.

5.2 Evidencia Empírica

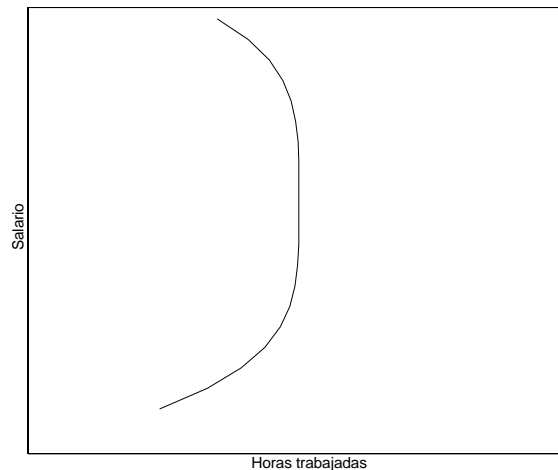
¿Cómo responde la oferta de trabajo ante cambios del salario?, ¿ocurre lo mismo cuando varía la riqueza y el salario se mantiene constante?

La evidencia empírica demuestra que incrementos de riqueza se ven acompañados por una reducción en la oferta de trabajo, esto implica que para la mayoría de individuos el ocio se percibe como un bien normal, de forma que cuando incrementa la renta (no laboral) compran más ocio. ¿Ocurrirá lo mismo si varían los salarios?

El incremento en el salario tiene dos efectos: sustitución y renta. El **efecto sustitución** refleja la sustitución de los bienes que se encarecen relativamente por aquellos que se abaratan. Ante un incremento del salario, el ocio se encarece relativamente por lo tanto los individuos tienen incentivos a consumir menos ocio, es decir trabajar más horas. A su vez un cambio en el salario genera un **efecto renta**, en este caso trabajando el mismo número de horas se obtienen más ingresos, por lo tanto una opción posible es comprar más ocio y reducir la fracción de tiempo destinada a trabajar. El efecto final en el número de horas trabajadas dependerá de que efecto de los dos domine. Si el efecto sustitución domina al efecto renta, entonces la oferta de trabajo tiene pendiente positiva, y viceversa.

Para dilucidar que efecto domina es necesario analizar la oferta de trabajo desde el punto de vista empírico. La curva de oferta de trabajo observada es convexa, tal y como muestra el siguiente gráfico:

Gráfico 5.3: Oferta de trabajo observada



Cuando el individuo consume mucho ocio, entonces un incremento del salario incrementa la oferta de trabajo. Esto ocurre hasta que llega un punto

que el consumidor decide utilizar la renta adicional, para comprar ocio y reducir la oferta de trabajo.

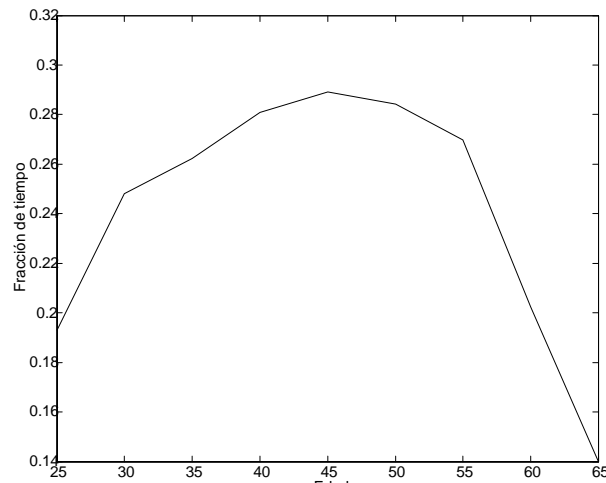
Asimismo, este análisis tiene implicaciones respecto de la evolución de la oferta de trabajo a lo largo del ciclo vital de los individuos. En un modelo de ciclo vital los individuos se enfrentan a lo largo de la vida a distintas decisiones, por ejemplo cuántas horas trabajar, el nivel de riqueza que desean acumular antes de jubilarse, qué cantidad de recursos consumir, etc...

La evidencia empírica muestra que los ingresos salariales son crecientes a lo largo del ciclo vital. Esto puede deberse a aumentos de la productividad individual, aprendizaje en el puesto de trabajo, de forma que ambas mejoran la cualificación del trabajador desde un punto de vista salarial. En cualquier caso el perfil de ingresos salariales es creciente a lo largo del ciclo vital, en la mayoría de los casos alcanzando un máximo a los 45-50 años. Al mismo tiempo existe evidencia de que el nivel de riqueza aumenta a lo largo del ciclo vital, de forma que los individuos van acumulando activos (vivienda, patrimonio, fondos privados de pensiones, etc...) en el tiempo. Para ilustrar estas ideas consideremos la oferta de trabajo obtenida en el ejemplo anterior:

$$\ell_t = \frac{1}{2 + \beta} \left[1 + \beta - \frac{a_t(1 + r_t)}{w_t} \right].$$

En los primeros periodos de vida laboral la riqueza de los individuos es baja de forma que incrementos en el salario hacen aumentar el número de horas trabajadas, es decir $\Delta a_t(1 + r_t) < \Delta w_t$. En cambio a medida que se va acumulando una mayor cantidad de activos a lo largo del ciclo vital a_t va creciendo, y este efecto domina sobre el crecimiento en el salario, por lo tanto $\Delta a_t(1 + r_t) > \Delta w_t$ la oferta de trabajo se reduce. Esto podría explicar la existencia de una oferta de trabajo que es convexa.

La distribución de horas trabajadas por edades en la economía española para el año 1989 puede observarse en la siguiente figura:

Gráfico 5.4: Fracción de tiempo trabajado en el ciclo vital

Como puede observarse la teoría que se presenta es consistente con el evidencia empírica. La versión del modelo anterior explica el incremento en las horas trabajadas hasta los 45 años, y el posterior decremento, en la medida que la riqueza domina al efecto del salario. Los individuos de 25 años dedican a trabajar un 20% de su dotación de tiempo, mientras que los individuos que están en los 50 trabajan un 40% más, es decir cerca del 30% del tiempo disponible.

5.3 Entrada y Salida del Mercado de Trabajo

En general, se observa en los datos que las horas trabajadas por los individuos son bastante inelásticas respecto de cambios en los salarios. Esta evidencia puede interpretarse como que efecto sustitución y renta son de la misma cuantía y signo contrario. Otra explicación es que los contratos laborales introducen rigideces de forma que los individuos no tienen capacidad para decidir el número de horas trabajadas.

Hasta ahora en el análisis realizado en las secciones anteriores se supone que los individuos deciden elásticamente el número de horas que ofrecen en el mercado. Cómo ya hemos mencionado anteriormente la evidencia empírica muestra que el número de horas apenas responde ante cambios del salario, sin embargo el número de horas totales si que fluctúa a lo largo del ciclo económico. Esto implica que los individuos, desde el lado de la oferta, en muchos casos no deciden el número de horas que desean trabajar sino que deciden participar o no en el mercado de trabajo.

Analizar decisiones de entrada o salida implica incorporar en el análisis decisiones binarias a diferencia de decisiones continuas como en los casos

anteriores, de forma que ahora la oferta de trabajo es indivisible (es decir, existe una no-convexidad en el conjunto de elección). Si el salario de mercado no alcanza un determinado umbral $w < w^*$ los individuos deciden no ofrecer trabajo $\ell^* = 0$, mientras que si lo supera, $w > w^*$ entonces $\ell^* = \bar{\ell}$. Cuando el salario coincide con el umbral $w = w^*$ el individuo está indiferente, en este caso y para simplificar supondremos que decide entrar en el mercado de trabajo.

En principio vamos a analizar en su forma más sencilla las decisiones de entrada al mercado laboral. Este tipo de análisis puede ampliarse para analizar las decisiones de educación donde se valora la rentabilidad de seguir un año más en la escuela o dejarla y participar en el mercado de trabajo. También pueden servir para analizar las decisiones de entrada y salida del mercado de trabajo de uno de los cónyuges en una familia, que en función de cuál sea el salario de mercado puede decidir quedarse en casa con la familia o bien trabajar y buscar un asistente. O bien de un desempleado que está cobrando el subsidio de desempleo y renuncia a reincorporarse en el mercado de trabajo por un salario menor a un determinado umbral.

Para ilustrar este tipo de decisiones analicemos el siguiente problema de elección estático de entrada en el mercado de trabajo. Considere a un individuo que tiene las siguientes preferencias aditivamente separables en el tiempo:

$$u(c) - v(\ell),$$

donde c denota el consumo y ℓ denota el número de horas trabajadas. Mantenemos los supuestos normales sobre $u(\cdot)$ y $v(\cdot)$, donde esta última función es la desutilidad del trabajo, que es creciente en las horas trabajadas. Debido a las indivisibilidades $v(\ell)$ sólo puede tomar dos valores, supondremos que éstos son $v(0) = 0$ y $v(1) = \bar{\ell}$, es decir no trabajar o trabajar todo el tiempo disponible 1 que da una desutilidad denotada por $\bar{\ell}$. La restricción presupuestaria en este caso es la siguiente:

$$c \leq w\ell$$

Un individuo decidirá ofrecer trabajo en el mercado siempre que se cumpla la siguiente condición:

$$u(w\bar{\ell}) - \bar{\ell} \geq u(0).$$

Por lo tanto el individuo decidirá trabajar en la medida que la utilidad asociada a trabajar supere a la de no trabajar. Es relativamente sencillo modificar el problema e introducir una renta adicional a la salarial, por ejemplo riqueza, m . La nueva restricción es $c \leq w\ell + m$, y la condición de participación en el mercado de trabajo implica:

$$u(w\bar{\ell} + m) - \bar{\ell} \geq u(m).$$

Está claro que existirá un umbral w^* tal que el individuo decidirá no trabajar si $w < w^*$ y trabajar en caso contrario. Ese valor w^* se obtiene de $u(w^*\bar{\ell} + m) - \bar{\ell} = u(m)$.

En el ejemplo anteriormente analizado, el modelo es estático. A continuación introducimos la decisión de entrada o salida en un modelo dinámico. Considere el siguiente problema de elección:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, c_{t+1}, a_{t+1}, \ell_t\}} & \{u(c_t) - v(\ell_t) + \beta u(c_{t+1})\} \\ \text{s.a.} \quad & c_t + a_{t+1} \leq w_t \ell_t + m \\ & c_{t+1} \leq a_{t+1}(1 + r_{t+1}) \\ & c_t \geq 0, \quad \ell_t \in \{0, \bar{\ell}\} \end{aligned}$$

En este caso los individuos además de elegir participar o no en el mercado de trabajo deciden un asignación intertemporal de recursos. La oferta de trabajo no es una decisión continua sino que es una decisión binaria, si deciden participar el número de horas que van a trabajar está exógenamente determinado, $\bar{\ell}$. Suponemos al igual que el caso anterior que $v(1) = \bar{\ell}$ mientras que $v(0) = 0$. Los individuos decidirán participar en la fuerza de trabajo siempre que se cumpla la siguiente condición:

$$u(c_t) - \bar{\ell} + \beta u(c_{t+1}) \geq u(c_t) + \beta u(c_{t+1})$$

Es importante destacar que las decisiones de consumo y ahorro de los individuos serán distintas, en un caso $c_t(\ell = 0)$, mientras que en el otro $c_t(\bar{\ell} = \bar{\ell})$, es decir el consumo en cada periodo depende de la decisión de entrar o no en el mercado de trabajo.

Ejemplo 3: Si la función de utilidad es del siguiente tipo: $u(c_t) = \ln c_t$, entonces el problema de decisión de participación en el mercado de trabajo es el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, c_{t+1}, a_{t+1}, \ell_t\}} & \{\ln c_t - \gamma \ell_t + \beta \ln c_{t+1}\} \\ \text{s.a.} \quad & c_t + \frac{c_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \leq w_t \ell_t + m \\ & \ell_t \in \{0, \bar{\ell}\} \end{aligned}$$

Para calcular la decisión óptima de entrada en el mercado de trabajo es necesario comparar la utilidad asociada a cada una de las soluciones. Como la oferta de trabajo es una decisión binaria, basta con evaluar la elección asociada a cada una de las alternativas y ver cual genera un mayor nivel de utilidad.

- Si $\ell_t = 0$ entonces la solución del problema del consumidor está dada por las siguientes funciones de consumo:

$$\begin{aligned} c_t &= \frac{m}{1 + \beta} \\ c_{t+1} &= \frac{\beta m}{1 + \beta} (1 + r_{t+1}) \\ a_{t+1} &= \frac{\beta m}{1 + \beta} \end{aligned}$$

- Si $\ell_t = \bar{\ell}$ entonces las funciones de consumo de cada periodo son:

$$\begin{aligned} c_t &= \frac{1}{1 + \beta} [w_t \bar{\ell} + m] \\ c_{t+1} &= \frac{\beta}{1 + \beta} [w_t \bar{\ell} + m] (1 + r_{t+1}) \\ a_{t+1} &= \frac{\beta}{1 + \beta} [w_t \bar{\ell} + m] \end{aligned}$$

La decisión de participar en el mercado de trabajo se obtiene de sustituir en la condición de entrada:

$$\begin{aligned} &\ln \left(\frac{1}{1 + \beta} [w_t \bar{\ell} + m] \right) - \bar{\ell} + \beta \ln \left(\frac{\beta}{1 + \beta} [w_t \bar{\ell} + m] (1 + r_{t+1}) \right) \\ &\geq \ln \left(\frac{m}{1 + \beta} \right) + \beta \ln \left(\frac{\beta m}{1 + \beta} (1 + r_{t+1}) \right) \end{aligned}$$

Arreglando términos se obtiene la siguiente expresión:

$$(1 + \beta) \ln (w_t \bar{\ell} + m) - \bar{\ell} \geq (1 + \beta) \ln m$$

En este caso, debido a la separabilidad entre el consumo y el trabajo la condición de entrada coincide plenamente con la que se obtiene en el modelo estático analizado anteriormente, basta con sustituir por la función de utilidad propuesta.